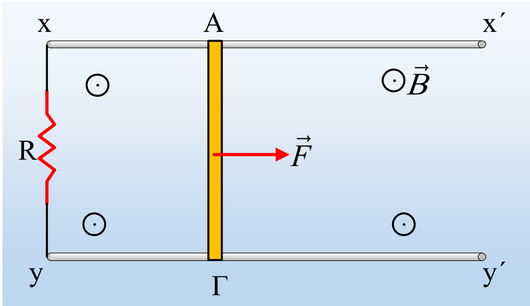
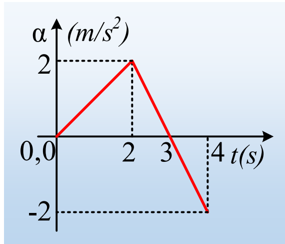
Από την επιτάχυνση στην επαγωγή.



Η ακίνητη μεταλλική ράβδος ΑΓ, μήκους ℓ=1m, μάζας 0,5kg και αμελητέας αντίστασης, μπορεί να κινείται οριζόντια όπως στο σχήμα, μέσα σε ένα κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β, σε επαφή με δύο οριζόντιους ευθύγραμμους αγωγούς xx΄ και yy΄, οι οποίοι δεν παρουσιάζουν αντίσταση, χωρίς τριβές. Ένας αντιστάτης με αντίσταση R, συνδέεται στα άκρα x και y των δύο αγωγών. Σε μια στιγμή $t_0=0$, ασκούμε στην ράβδο ΑΓ μια οριζόντια δύναμη F, μεταβλητού μέτρου, παράλληλη προς τους αγωγούς xx΄ και yy΄, με αποτέλεσμα η ράβδος να κινηθεί με μεταβλητή επιτάχυνση όπως στο διάγραμμα.



i) Να αποδείξετε ότι τη στιγμή t_1=2s η ράβδος έχει ταχύτητα $υ_1$=2m/s.

ii) Αν την στιγμή t_1 η ασκούμενη δύναμη έχει μέτρο F_1=2N, να υπολογιστούν ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου ΑΓ, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα στην αντίσταση R.

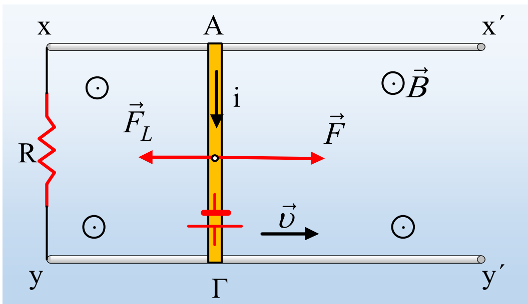
Δίνεται για την αντίσταση R=2Ω.

iii) Να υπολογιστεί η ένταση Β του μαγνητικού πεδίου.

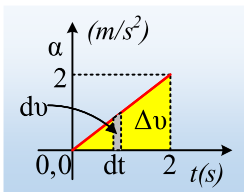
iv) Να βρεθεί η ηλεκτρική ισχύς στο κύκλωμα τη στιγμή t_2=3s, καθώς και το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F.

v) Υποστηρίζεται ότι τη στιγμή t_3=4s, το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει στο κύκλωμα έχει αντίθετη φορά, από την φορά του τη στιγμή t_1. Συμφωνείτε ή όχι και γιατί;

Απάντηση:



Μόλις ασκηθεί η δύναμη F στην ράβδο ΑΓ, αυτή θα επιταχυνθεί προς τα δεξιά, οπότε πάνω της θα εμφανιστεί μια ΗΕΔ από επαγωγή, λόγω μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το σχηματιζόμενο πλαίσιο xΑΓy. Η ΗΕΔ θα έχει την πολικότητα που έχει σημειωθεί στο σχήμα, αφού τότε η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την ράβδο, θα έχει φορά από το Α στο Γ και έτσι η δύναμη Laplace που ασκείται στη ράβδο, θα έχει φορά προς τα αριστερά, τείνοντας να αντισταθεί στην κίνησή της.



i) Στο διάγραμμα α-t, αν πάρουμε ένα στοιχειώδες χρονικό διάστημα dt, τότε το στοιχειώδες εμβαδόν, με γκρι χρώμα, είναι αριθμητικά ίσο με την αντίστοιχη στοιχειώδη μεταβολή της ταχύτητας, αφού dυ=α·dt. Αλλά τότε το εμβαδόν του χωρίου, του τριγώνου με κίτρινο χρώμα θα είναι αριθμητικά ίσο με την συνολική μεταβολή

της ταχύτητας στο χρονικό διάστημα 0-2s. Θα έχουμε δηλαδή:

$$\Delta\upsilon = \upsilon_1 - \upsilon_0 = \frac{1}{2}2\cdot 2m/s \rightarrow \upsilon_1 = 2m/s$$

Αφού ο αγωγός ξεκινά από την ηρεμία.

ii) Για τη στιγμή t_1 από το 2º νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\Sigma F = m\alpha \rightarrow F\text{-}F_L = m\alpha \rightarrow$$

$$F_{L1} = F - m\alpha = 2N - 0,5\cdot 2N = 1N$$

Για τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{o\lambda}}{dt} = \frac{\Sigma F\cdot dx\cdot \sigma\upsilon\nu\alpha}{dt} = \Sigma F\cdot\upsilon \ = m\alpha\cdot\upsilon' = 0,5\cdot 2\cdot 2J/s = 2J/s$$

Βρίσκουμε την ισχύ της δύναμης Laplace την στιγμή t_1:

$$P_{F_{L1}} = F_{L1}\cdot\upsilon_1\cdot\sigma\upsilon\nu 180^\circ = -F_{L1}\cdot\upsilon_1 = -1\cdot 2J/s = -2J/s$$

Η αρνητική τιμή της παραπάνω ισχύος, σημαίνει ότι η δύναμη Laplace αφαιρεί ενέργεια από την ράβδο ΑΓ. Την ενέργεια αυτή την μετατρέπει σε ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα, η οποία τελικά εμφανίζεται με την μορφή της θερμότητας στην αντίσταση R. Δηλαδή έχουμε:

$$\frac{dQ_\theta}{dt} = 2J/s$$

iii) Η ΗΕΔ που αναπτύσσεται πάνω στην ράβδο τη στιγμή t_1 είναι ίση (κατ΄ απόλυτο τιμή) με:

$$E = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \left|\frac{Bldx}{dt}\right| = B\upsilon l$$

οπότε η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι ίση με:

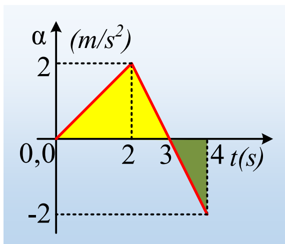
$$i_1 = \frac{E}{R} = \frac{B\upsilon_1 l}{R}$$

Και με αντικατάσταση στην δύναμη Laplace, που υπολογίσαμε παραπάνω, παίρνουμε:

$$F_{L1} = Bi_1 l = B\frac{B\upsilon_1 l}{R}l = \frac{B^2\upsilon_1 l^2}{R} \rightarrow$$

$$B = \sqrt{\frac{F_{L1}R}{\upsilon_1 l^2}} = \sqrt{\frac{1\cdot 2}{2\cdot 1^2}}T = 1T$$

iv) Το εμβαδόν του κίτρινου τριγώνου στο διπλανό σχήμα, είναι αριθμητικά ίσο με την μεταβολή της ταχύτητας της ράβδου από 0-t_2, συνεπώς και με την ταχύτητα υ_2, αφού υ_0=0:



$$\upsilon_2 = \frac{1}{2}3\cdot 2m/s = 3m/s$$

Αλλά τότε η ΗΕΔ που εμφανίζεται στην ράβδο είναι ίση με:

$$E_2=B\upsilon_2 l = 1\cdot 3\cdot 1V= 3V$$

και το κύκλωμα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, με ένταση:

$$i_2=\frac{E_2}{R}=\frac{3V}{2\Omega}=1,5A$$

Συνεπώς η ηλεκτρική ισχύς στο κύκλωμα είναι ίση:

$$P_2=E_2\cdot i_2=3V\cdot 1,5\,A = 4,5W \quad \text{ενώ}$$

$$\Sigma F=m\alpha=0 \rightarrow F = F_{L2}=Bi_2 l=1\cdot 1,5\cdot 1N=1,5N$$

v) Για να δούμε αν άλλαξε η φορά του ρεύματος, ελέγχουμε αν άλλαξε η φορά της ταχύτητας, αφού αυτή καθορίζει και την πολικότητα της ΗΕΔ (και άρα τη φορά του ρεύματος). Προηγουμένως βρήκαμε ότι την στιγμή t_2=3s η ράβδος έχει ταχύτητα προς τα δεξιά μέτρου υ_2=3m/s. Από κει και πέρα η ράβδος επιταχύνεται προς τα αριστερά (α<0) και το εμβαδόν του πράσινου τριγώνου, στο παραπάνω διάγραμμα i-t, είναι αριθμητικά ίσο με την μεταβολή της ταχύτητας στο χρονικό διάστημα 3s-4s. Οπότε:

$$\Delta\upsilon_{3,4}=\frac{1}{2}1\cdot(-2)m/s=-1m/s$$

Έτσι η ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή t_3=4s, έχει τιμή:

$$\upsilon_3=\upsilon_2+\Delta\upsilon_{3,4}=3m/s-1m/s=2m/s$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι η ράβδος συνεχίζει να κινείται προς τα δεξιά, με αποτέλεσμα να μην έχει αλλάξει η πολικότητα της ΗΕΔ από επαγωγή, ούτε φορά της έντασης του ρεύματος.

dmargaris@gmail.com